

- Dann wird addiert:

$$\begin{array}{r} \text{Horner-Schema: } 1 \quad 0 \quad -7 \quad 4 \quad -6 \\ x = -2 \quad \quad \quad -2 \\ \hline \quad \quad \quad 1 \quad \boxed{-2} \end{array}$$

- Die letzten 2 Schritte (mit x multiplizieren und addieren) werden nun bis zum Ende der Tabelle wiederholt:

$$\begin{array}{r} \text{Horner-Schema: } 1 \quad 0 \quad -7 \quad 4 \quad -6 \\ x = -2 \quad \quad \quad -2 \quad 4 \quad 6 \quad -20 \\ \hline \quad \quad \quad 1 \quad -2 \nearrow -3 \nearrow 10 \nearrow \boxed{-26} \end{array}$$

Jeder \nearrow steht für eine Multiplikation mit $x = -2$.

- Die letzte Zahl ist $f(-2) = -26$,

Erklärung des Verfahrens Das Polynom $x^4 - 7x^2 + 4x - 6$ kann durch Ausklammern folgendermaßen umgeformt werden:

$$\begin{aligned} f(x) &= 1x^4 + 0x^3 - 7x^2 + 4x - 6 \\ &= (1x^3 + 0x^2 - 7x + 4)x - 6 \\ &= ((1x^2 + 0x - 7)x + 4)x - 6 \\ &= (((1x + 0)x - 7)x + 4)x - 6 \end{aligned}$$

Die Berechnung dieses Ausdrucks von links nach rechts unter Beachtung der Klammern führt genau zum Horner-Schema.

Seit der Erfindung moderner Taschenrechner ist das Horner-Schema zur Berechnung von Funktionswerten überflüssig, aber es dient einem weiteren Zweck:

Polynomdivision mithilfe des Horner-Verfahrens

Wir betrachten weiterhin die Funktion

$$f(x) = x^4 - 7x^2 + 4x - 6$$

- Als nächstes berechnen wir $f(-3)$:

$$\begin{array}{r} \text{Horner-Schema: } 1 \quad 0 \quad -7 \quad 4 \quad -6 \\ x = -3 \quad \quad \quad -3 \quad 9 \quad -6 \quad 6 \\ \hline \quad \quad \quad 1 \quad -3 \quad 2 \quad -2 \quad \boxed{0} \end{array}$$

Ergebnis: $f(-3) = 0$ Wir haben eine Nullstelle gefunden! Jetzt können wir $f(x)$ faktorisieren:

$$\begin{aligned} f(x) &= (x + 3)(\dots) & | : (x + 3) \\ f(x) : (x + 3) &= \dots \end{aligned}$$

Wenn $f(x_0) = 0$, dann ist das Ergebnis der Polynomdivision $f(x) : (x - x_0)$ direkt aus der Horner-Tabelle ablesbar:

$$\begin{array}{r} \text{Horner-Schema: } 1 \quad 0 \quad -7 \quad 4 \quad -6 \\ x = -3 \quad \quad \quad -3 \quad 9 \quad -6 \quad 6 \\ \hline \quad \quad \quad 1 \quad -3 \quad 2 \quad -2 \quad 0 \end{array}$$

Damit ergibt sich $1x^3 - 3x^2 + 2x - 2$

$$f(x) : (x + 3) = x^3 - 3x^2 + 2x - 2 \quad | : (x + 3)$$

oder

$$f(x) = (x + 3)(x^3 - 3x^2 + 2x - 2)$$